

GRUNDLAGEN FÜR EINEN MECHATRONISCHEN EFFEKTKATALOG

Michael Kahlert, Willy Schweiger

Zusammenfassung

Bei der Konzeption von Multitechnologie-Systemen müssen dem Konstrukteur neue Hilfsmittel an die Hand gegeben werden, die ihn befähigen, weiter technisch anspruchsvolle Produkte zu entwickeln, auch wenn sich die Konstruktion in fachfremde Gebiete erstreckt. In diesem Artikel wird daher für den großen Bereich der Stoffgesetze eine mögliche Lösung vorgestellt.

1 Einleitung

Der sukzessive Einzug der Mechatronik in die moderne Produktentwicklung stellt den Konstrukteur vor immer neue Herausforderungen. Er bewegt sich zunehmend auf Gebieten, die nicht mehr dem klassischen Begriff des Maschinenbauingenieurs zugeschrieben werden. Es kann daher von primär in einer Fachdisziplin ausgebildeten Entwicklern nicht erwartet werden, über vertiefte Kenntnisse neben der Technischen Mechanik und der Thermodynamik auch noch in der Elektrodynamik zu verfügen. Es ist daher dringend geboten, will man das volle Potential von Multitechnologie-Systemen ausschöpfen, dem Konstrukteur ein Werkzeug an die Hand zu geben, mit dem er auf die volle Bandbreite der unterschiedlichen Fachdisziplinen zugreifen kann, ohne gleichzeitig über Expertenwissen auf den einzelnen Gebieten zu verfügen. Im Maschinenbau sind frühere Ansätze wie z.B. von Roth bekannt, die auf einer Funktionsmatrix basieren. Um heutigen Ansprüchen gerecht zu werden, reicht es allerdings nicht mehr aus einen Katalog in Papierform aufzustellen. Vielmehr erwartet der Anwender rechnerbasierte Lösungen, die ein schnelles und effizientes Suchen ermöglichen. Des Weiteren erscheint der Ansatz der Konstruktionskataloge nicht ausreichend, um eine komplette Materialbeschreibung zu gewährleisten. Mit den Zwangsbedingungen Kinetik und Kinematik stellt daher die Materialtheorie (Konstitution) die Grundlage für einen mechatronischen Effekt dar. Aus diesem Grund wird eine Einführung in das komplexe Gebiet der Materialtheorie gegeben.

2 Einführung in die Materialtheorie

Die komplette analytische Beschreibung des realen Werkstoffverhaltens ist nach heutigem Kenntnisstand nicht möglich. Daher werden Stoffgesetze eingeführt, die ein ausreichend genaues Erfassen der Reaktionen des Werkstoffs auf Beanspruchung erlauben. Dieses Vorgehen, bei dem Eingang und Ausgang über eine „black-box“ verknüpft werden, wird phänomenologische Theorie genannt [1]. In Bild 1 sind ein realer Werkstoff in einem einachsigen Zugversuch und das zugehörige Stoffgesetz, in diesem Fall das Hooke'sche Stoffgesetz, dargestellt. Es erfolgt hier eine Verknüpfung zwischen Spannung und Dehnung für den eindimensionalen Fall. Durch die Aufnahme einer ausreichenden Anzahl von Messdaten wird die korrekte Wiedergabe der Materialkurven gewährleistet. Diese dienen als Grundlage beim Aufstellen der mathematischen Modelle von Stoffgesetzen. Neben den experimentellen Randbedingungen gibt es noch allgemein gültige Prinzipien, die Stoffgleichungen erfüllen müssen.

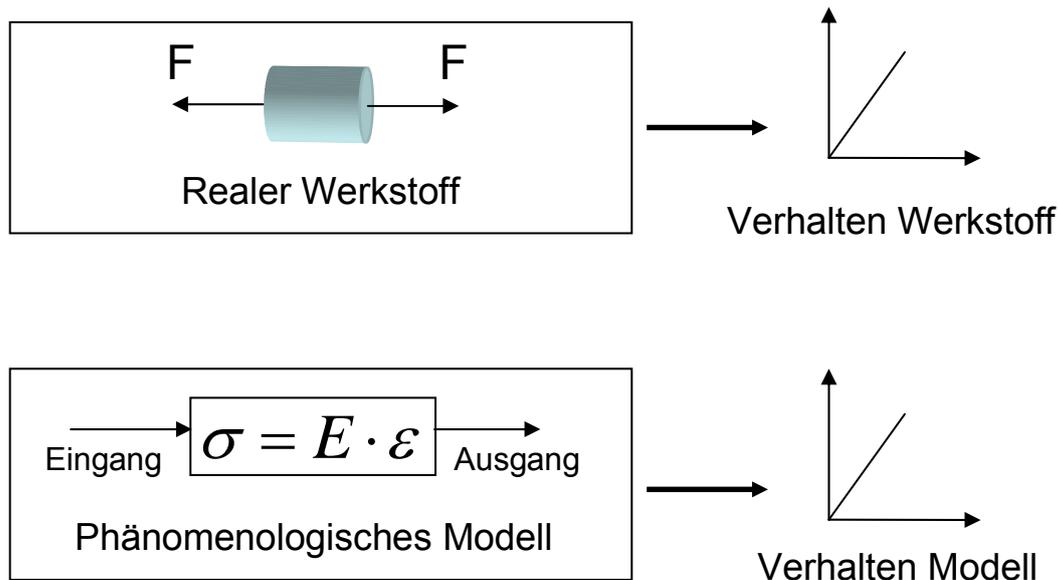


Bild 1: Phänomenologisches Werkstoffmodell

Im Folgenden werden vereinfachend nur thermomechanische Materialphänomene betrachtet. Die aufgezeigten Regeln [z.B. 5] schränken die Klasse der für eine Materialbeschreibung zugelassenen Funktionen deutlich ein. Materialfunktionen müssen vor allem mit den experimentellen Befunden für alle Arten von Deformationen und Temperaturen korrelieren. Materialfunktionen sind nicht aus einer Theorie ableitbar. Die folgenden Regeln sind daher lediglich als Zwangsbedingungen zu betrachten.

- 1) *Koordinaten-Invarianz*: Die Materialfunktionen müssen in verschiedenen inertialen Koordinatensystemen die gleiche physikalische Aussage erlauben. Dies wird dadurch erreicht, dass die Materialfunktionen in einer geeigneten tensoriellen Darstellung formuliert werden.
- 2) *Determinismus*: Die Werte der abhängigen konstitutiven Variablen (Spannungstensor σ_{ij} , Wärmestromdichtevektor q_j , innere Energie ε , Entropiedichte η) - das sind jene Größen, welche in den Bilanzgleichungen auftauchen – in einem materiellen Punkt X eines Körpers und zu einem bestimmten Zeitpunkt t sind bestimmt durch die Geschichten der Bewegung und der Temperatur aller Punkte dieses Körpers.
- 3) *Äquipräsenz*: Tritt eine unabhängige Variable (das sind die Dichte $\rho = \rho(x,t)$, die Bewegung $z = z(x,t)$ oder gleichbedeutend die Verschiebung $u = u(x,t) = z(x,t) - x$ und die Temperatur $T = T(x,t)$) in einer konstitutiven Beziehung auf, so soll sie in allen konstitutiven Beziehungen auftreten.
- 4) *Lokalität*: Die Werte der abhängigen Variablen in einer konstitutiven Beziehung in einem materiellen Punkt X werden nicht wesentlich durch Werte der unabhängigen Variablen an materiellen Punkten weit entfernt von X beeinflusst (z.B. der Wert der Spannung in einem Punkt X wird nicht wesentlich durch die Größe der Verschiebung eines Punktes weitab von X betroffen).
- 5) *Symmetrie*: Materialinhärente Symmetrieeigenschaften müssen sich in den konstitutiven Beziehungen widerspiegeln.
- 6) *Beobachter-Invarianz*: Die konstitutiven Beziehungen müssen invariant gegenüber Beobachtertransformationen sein. Bei diesen Transformationen handelt es sich um

eigentliche orthogonale Drehungsgruppen $x_i = a_{ij} x_j^*$ mit $\det a_{ij} = 1$, kurz $\mathbf{x} = \mathbf{Q} \mathbf{x}^*$. Bei den zu definierenden Materialgleichungen handelt es sich um zwei skalare Beziehungen (innere Energie ε und Entropiedichte η), um eine vektorielle (Wärmestromdichtevektor q_j) und um eine tensorielle (Spannungstensor σ_{ij}) Beziehung. Diese Größen hängen aber ihrerseits von Tensoren (hier werden symmetrische Tensoren unterstellt) und Vektoren ab. Wie invariante Funktionen konstruiert werden, soll hier nur am Beispiel der Darstellung einer skalaren isotropen Funktion, welche von einem symmetrischen Tensor und einem Vektor abhängt skizziert werden (weitere Details siehe z.B. [2]).

Gegeben sei ein skalares Feld a , welches von einem symmetrischen Tensor 2-ter Stufe und einem Vektor abhängt. Beobachter-Invarianz ist gewährleistet, wenn gilt:

$$a(\mathbf{S}, \mathbf{v}) = a(\mathbf{Q} \mathbf{S} \mathbf{Q}^T, \mathbf{Q} \mathbf{v})$$

Das skalare Feld a kann demnach nicht in beliebiger Weise von den Komponenten S_{ij} und v_j abhängen, sondern nur von deren skalaren Invarianten, denn diese sind von \mathbf{Q} unabhängig. Es gibt genau drei unabhängige Invarianten eines Tensors 2-ter Stufe: $I_S = \text{tr } \mathbf{S} = S_{jj}$, $II_S = ((\text{tr } \mathbf{S})^2 - \text{tr } (\mathbf{S}^2))/2 = [(S_{jj}^2 - S_{jk}S_{kj})/2]$, $III_S = \det \mathbf{S}$ (z.B. [3]) und eine Invariante des Vektors \mathbf{v} , das Skalarprodukt $\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$. Aus Kombinationen von \mathbf{S} und \mathbf{v} lassen sich beliebig viele weitere Invarianten bilden: $\mathbf{v} \cdot \mathbf{S} \mathbf{v}$, $\mathbf{v} \cdot \mathbf{S}^2 \mathbf{v}$, ... $\mathbf{v} \cdot \mathbf{S}^n \mathbf{v}$; jedoch sind diese nach dem Satz von Cayley-Hamilton nicht alle unabhängig. Nach diesem Satz lassen sich alle Invarianten $\mathbf{v} \cdot \mathbf{S}^n \mathbf{v}$ mit $n \geq 3$ durch $\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$, $\mathbf{v} \cdot \mathbf{S} \mathbf{v}$, $\mathbf{v} \cdot \mathbf{S}^2 \mathbf{v}$ sowie den drei Invarianten von \mathbf{S} ausdrücken. Somit lautet die allgemeine Darstellung der skalaren isotropen Feldfunktion a

$$a(\mathbf{S}, \mathbf{v}) = a(I_S, II_S, III_S, \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}, \mathbf{v} \cdot \mathbf{S} \mathbf{v}, \mathbf{v} \cdot \mathbf{S}^2 \mathbf{v}) = a(I_S, II_S, III_S, v_j v_j, v_j S_{jk} v_k, v_j S_{jk} S_{kp} v_p)$$

Falls a von weiteren skalaren Größen abhängt, finden sich diese auf der rechten Seite unverändert wieder.

- 7) *Universelle Dissipation:* Alle konstitutiven Beziehungen müssen die Dissipationsungleichung (2. Hauptsatz der Thermodynamik, Clausius-Duhem-Ungleichung) für alle Argumente und deren Wertebereich erfüllen. Darüber hinaus dürfen sie nicht die allgemeinen Erhaltungssätze für Masse, Impuls, Drehimpuls und Energie verletzen. Diese Forderungen lassen sich im Rahmen der rationalen Thermodynamik wie folgt darstellen [4]:

Gegenstand der Betrachtung der rationalen Thermodynamik ist die Bestimmung eines n -Vektorfeldes $u(x^D)$, welches den Zustand eines Körpers im Ereignis x^D beschreibt. Der Index D läuft dabei von 0 bis 3, d.h. x^D ist ein raumzeitlicher Vektor. Die Erhaltungssätze für dieses Vektorfeld lassen sich durch eine Divergenzgleichung für einen vierdimensionalen Fluß F^A in der Form $F^A_{,A} = \Pi$ angeben. Durch das Feld Π wird eine Produktionsdichte beschrieben. Diesen Erhaltungssätzen müssen konstitutive Beziehungen $F^A = F^A(u)$ und $\Pi = \Pi(u)$ zur Seite gestellt werden. Insgesamt wird hierdurch ein thermodynamischer Prozeß definiert. Die Dissipationsungleichung (Entropieproduktion) läßt sich ebenfalls als Erhaltungssatz $h^A_{,A} = \Sigma \geq 0$ beschreiben, worin h^A der vierdimensionale Entropiefluß und Σ die Dichte der Entropieproduktion sind. Beide gehorchen konstitutiven Beziehungen, also $h^A = h^A(u)$ und $\Sigma = \Sigma(u)$.

Die weiteren Betrachtungen beschränken sich auf so genannte *homogene* und *einfache* Körper. Die erste Forderung schließt eine örtlich unterschiedliche Materialbeschreibung aus (keine Gradientenmaterialien). Ein einfacher Körper ist dadurch definiert, dass die abhängigen Materialgrößen in einem materiellen Punkt X zurzeit t nur von den Geschichten

der Größen Dichte, Bewegung und Temperatur am Ort des X , sowie von dessen unmittelbarer Nachbarschaft (Prinzip der Lokalität) abhängen. Das Verhalten einer differenzierbaren Feldgröße in der Umgebung eines Punktes X ist also im Sinne einer linearen Taylor-Approximation durch den Funktionswert und den Gradienten an dieser Stelle bestimmt. Ein einfacher thermomechanischer Körper wird demnach durch Materialgleichungen der Form

$$\mathbf{C} \in (\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{q}, \varepsilon, \eta); \mathbf{C} = \Psi(\rho, \mathbf{u}, \partial_t \mathbf{u}, \nabla \mathbf{v}, T, \partial_t T, \nabla T)$$

beschrieben.

3 Mechatronischer Effektkatalog

Bisher standen dem Konstrukteur primär Konstruktionskataloge in Papierform zur Verfügung, wie z.B. die Kataloge von Roth und Koller. Jedoch können Kataloge in Buchform den heutigen Anforderungen nicht mehr gerecht werden. Die Nachteile liegen auf der Hand. Kompliziertes Suchen, nicht erweiterbar und daher nicht aktuell zu halten. Aus fachlicher Sicht ist anzumerken, dass die Kataloge in unzureichendem Maße auf disziplinübergreifende Aspekte eingehen. D. h. man sucht Effekte z.B. aus der Thermo- oder Elektrodynamik vergeblich. Eine saubere Trennung von Konstitution (Materialverhalten), Kinematik (Geometrie) und Kinetik (Kräfte) wurde ebenfalls nicht vorgenommen.

Daher liegt es nahe, einen Effektkatalog zu entwickeln, der die Nachteile der papiergebundenen Version kompensiert und zusätzlich einen fachübergreifenden Ansatz verwirklicht. Am Lehrstuhl für Konstruktionstechnik wird aus diesem Grund ein Werkzeug implementiert, das die angesprochenen Probleme beheben soll.

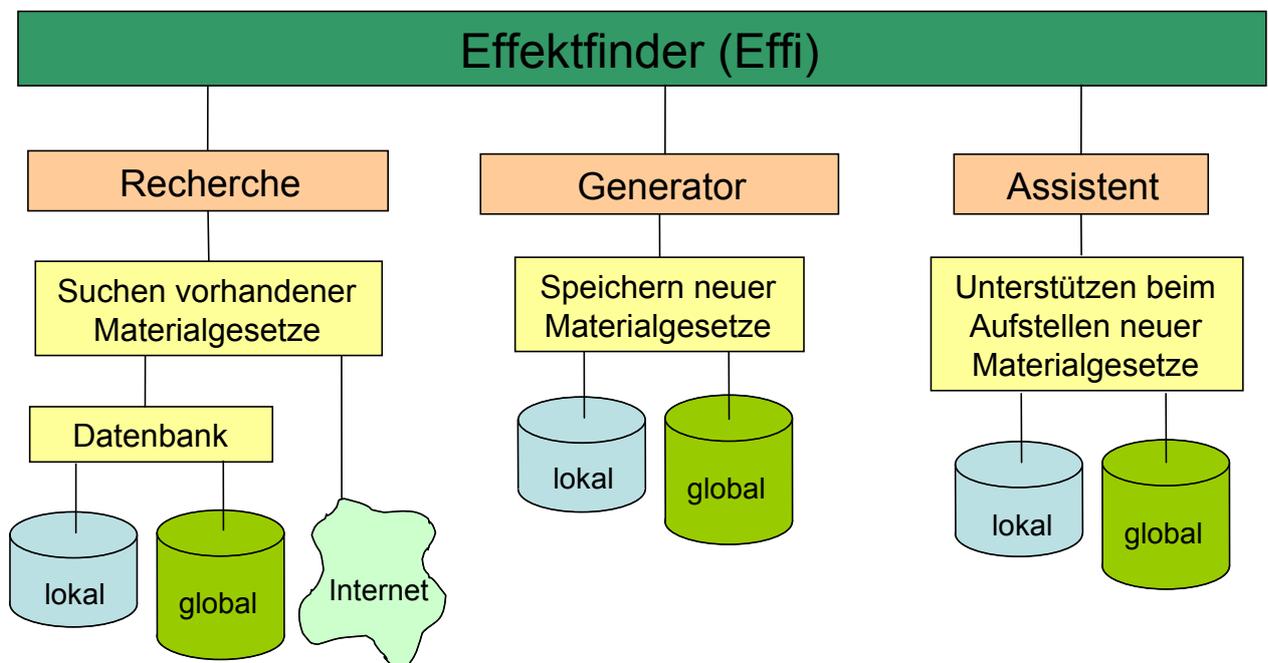


Bild 2: Die 3 Hauptfunktionen des Effektfinders

Der Programm-Ansatz gliedert sich in drei Hauptfunktionen. Den Assistenten, den Generator sowie ein Recherche-Modul, die im Folgenden näher erläutert werden (s. Bild 2).

3.1 Der Generator

Der Generator dient zur Eingabe neuer Materialgleichungen in das System. Diese können entweder lokal, im eigenen Rechner oder Netzwerk, oder global, auf einem weltweit zugänglichen Server, gespeichert werden. Lokal gespeicherte Daten kann nur ein begrenzter Benutzerkreis abrufen, während auf globale Daten alle Nutzer Zugriff haben.

Die wichtigsten Bestandteile des Programms sind Formeln, Variablen und Konstanten, wobei sich eine Formel aus Variablen und Konstanten zusammensetzt. Bevor Formeln in das System eingegeben werden können ist es notwendig, die erforderlichen Variablen und Konstanten zu deklarieren. Natürlich können bereits für andere Formeln definierte Größen verwendet werden. Eine Variable wird in der Datenbank charakterisiert durch einen Namen (z.B. Dehnung), ein Symbol (z.B. ϵ) und eine kurze Beschreibung. Eine Konstante beinhaltet zusätzlich Kennwerte unterschiedlicher Materialien, die in Experimenten bestimmt werden und den Bezug auf einen bestimmten Werkstoff herstellen. Eine Stoffgleichung setzt sich aus Variablen und Konstanten zusammen. Im System wird eine Formel mit Verweisen auf die verwendeten Variablen und Konstanten, sowie einem Namen, einer Beschreibung des physikalischen Sachverhalts und der Gleichung in Form eines Bildes gespeichert. Die Verwendung eines Bildes ist erforderlich, da in einem Programm die häufig komplizierten Formeln mit Indizes etc. anders nicht dargestellt werden können. Bild 3 zeigt die Struktur einer Formel, in welche sich die Strukturen von Variablen und Konstanten eingliedern.

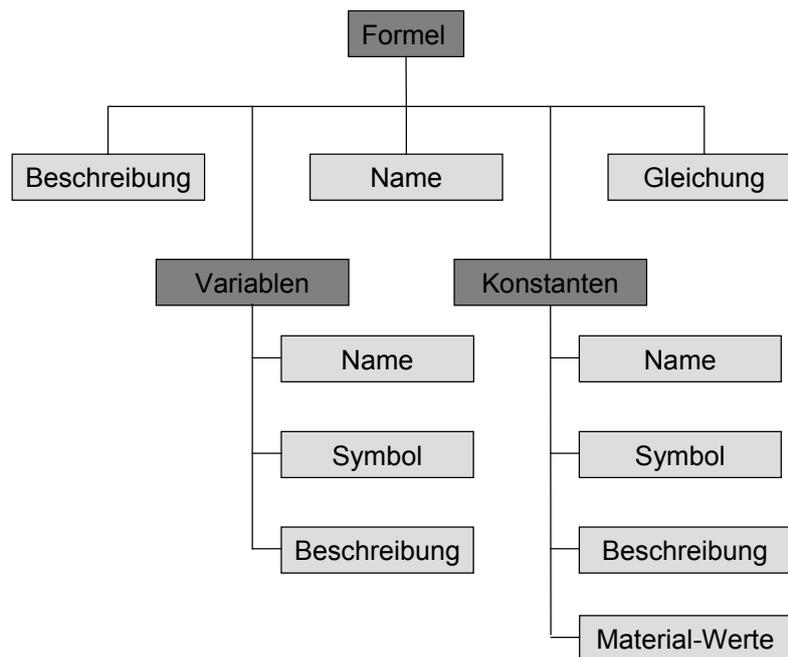


Bild 3: Struktur von Formel, Variable und Konstante

3.2 Der Assistent

Ziel des Assistenten ist die Unterstützung von Personen mit geringem Erfahrungsschatz beim Aufstellen von Materialgleichungen. Diese Funktion geht über den Generator hinaus, bei dem die Materialgleichung bereits bekannt ist und nur noch in das System übernommen werden soll. Diese Funktion ist noch nicht implementiert. Geplant ist, den Anwender durch den Prozess des Gleichungsaufstellens zu führen, soweit dies allgemein möglich ist. Dabei werden die im zweiten Kapitel angesprochenen Grundlagen der Thermodynamik eine wichtige Rolle spielen.

3.3 Das Recherche Modul

Die für den Konstrukteur wichtigste Funktion ist die Möglichkeit, den Datenbestand nach passenden Materialgleichungen zu durchsuchen. Wie aus den Konstruktionskatalogen bereits bekannt, stellt die Hauptrecherche-Funktion eine Matrix dar, in welcher der Anwender per Mausklick bestimmen kann, welche Variablen in der gesuchten Gleichung vorkommen sollen. Es wird dabei unterschieden zwischen Variablen auf der linken und rechten Seite der Gleichung. Nach erfolgter Auswahl durchsucht das System den Datenbestand nach Formeln, in denen die gewünschten Variablen enthalten sind. Darüber hinaus können auch weitere, nicht angewählte Variablen in den Gleichungen vorkommen. Neben der Formel an sich wird für jede vorkommende Variable und Konstante weitere Information zur Verfügung gestellt. Dies soll einen Beitrag zum besseren physikalischen Verständnis der Materie leisten. Über die Konstanten können Daten zu unterschiedlichen Materialkennwerten abgerufen werden.

Im Gegensatz zu herkömmlichen Konstruktionskatalogen werden neben den mechanischen auch thermo- und elektrodynamische Effekte betrachtet. Dies schränkt den Konstrukteur, der in der Regel maschinenbaulich vorgeprägt ist, nicht auf sein eigenes Fachgebiet ein, sondern bietet, im Sinne einer mechatronischen Produktentwicklung, einen reichhaltigen Fundus möglicher Alternativen bei technischen Problemstellungen, auch aus anderen Fachrichtungen. Im Zuge einer ständig wachsenden Verknüpfung bisher getrennt arbeitender Fachdisziplinen, kann der Überblick nur noch mit Hilfe intelligenter Werkzeuge behalten werden. Der vorgestellte Ansatz soll einen Beitrag dazu leisten.

Neben der direkten Suche nach Effekten in der lokalen oder globalen, zentral gewarteten Datenbank, soll auch eine Recherche direkt im Internet nach aktuellen Veröffentlichungen erfolgen können. Ziel ist es, dem Anwender dadurch Zugriff auf neueste Forschungsergebnisse zu ermöglichen. Voraussetzung für eine erfolgreiche Suche ist selbstverständlich die allgemein zugängliche Bereitstellung von Veröffentlichungen.

4 Literatur

- [1] Krawietz A.: Materialtheorie, Mathematische Beschreibung des phänomenologischen thermomechanischen Verhaltens, Springer-Verlag, Berlin, 1986.
- [2] Müller I.: Thermodynamik - Grundlagen der Materialtheorie, Bertelsmann Universitätsverlag, 1973.
- [3] Belytschko T., Liu W. K., Moran B.: Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures, John Wiley & Sons, 2000.
- [4] Müller I., Ruggeri T.: Rational Extended Thermodynamics, Springer, 1993.
- [5] Oden J.T., Reddy J.N.: Variational Methods in Theoretical Mechanics, Springer, 1976.

Dipl.-Ing. Michael Kahlert
Prof. Dr.-Ing. Willy Schweiger
Lehrstuhl für Konstruktionstechnik
FAU Erlangen-Nürnberg
Martensstraße 9 - D-91058 Erlangen
Tel: xx49-9131-85-27984
Fax: xx49-9131-85-23223
Email: kahlert@mfk.uni-erlangen.de
schweiger@mfk.uni-erlangen.de
URL: <http://www.mfk.uni-erlangen.de>